

N° Exam :

NOM Prénom :

CNE :

Optique géométrique

SMP2 – SN – 1h30

07 juin 2017

Soit une lame en verre à faces parallèles d'épaisseur d et d'indice constant n qui baigne dans l'air d'indice de réfraction pris égale à 1 (Figure 1). Dans toute la suite les conditions du stigmatisme approché (approximations de Gauss) sont respectées.

Les parties A, B et C sont indépendantes.

Partie A (20 min)

Cette lame donne d'un objet A réel (Figure 1) une image finale A' .

A-1°/ Le verre est-il plus ou bien moins réfringent que l'air ? Justifier votre réponse.

Le verre est plus réfringent que l'air car son indice n est supérieur à celui de l'air. ($n > 1$)

0,5

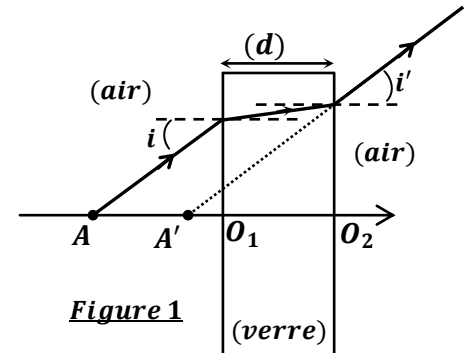


Figure 1

A-2°/ Rappeler les trois lois de Snell-Descartes en optique géométrique.

* Les rayons incident, réfléchi et réfracté sont dans un même plan ;

** $r = -i$; *** $nsini = n'sini'$

1,5

A-3°/ a) Quelle est la relation entre l'angle d'incidence i et l'angle de réfraction (émergence) i' d'un rayon lumineux traversant la lame. (Noter (i, r) à la face d'entrée et (r', i') à la face de sortie).

$sini = nsinr$ (entrée) ; $nsinr' = sini'$ (sortie) ; on a : $r = r'$ donc $i = i'$

0,5

b) Quelle est la valeur de l'angle de déviation D entre le rayon incident et le rayon émergent correspondant ?

Les rayons incident et émergent sont parallèles. $D = |D_1 + D_2| = |(i - r) - (i' - r')| = 0$

(Les deux déviations D_1 et D_2 ne sont pas dans le même sens)

0,5

A-4°/ a) Déterminer la position de l'image A' par rapport à l'objet A ($\overline{AA'}$) en fonction de n et d . (On notera A_1 l'image intermédiaire).

$\overline{O_1A_1} = n \overline{O_1A}$ et $\overline{O_2A_1} = n \overline{O_2A'}$; $\overline{AA'} = \overline{AO_1} + \overline{O_1O_2} + \overline{O_2A'}$

$$\Rightarrow \overline{AA'} = \overline{AO_1} + d + \frac{\overline{O_2A_1}}{n} = \overline{AO_1} + d + \frac{\overline{O_2O_1}}{n} + \frac{\overline{O_1A_1}}{n} = -\overline{O_1A} + d - \frac{d}{n} + \overline{O_1A} \Rightarrow \overline{AA'} = d \left(\frac{n-1}{n} \right)$$

1

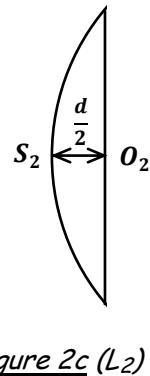
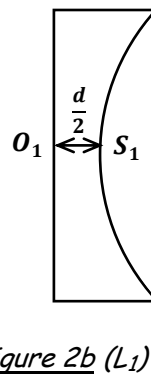
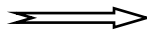
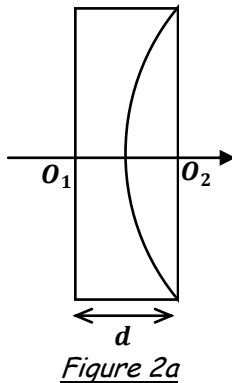
b) L'image A' est-elle réelle ou bien virtuelle ? Justifier.

$\overline{O_2A'} = \overline{O_2O_1} + \overline{O_1A} + \overline{AA'} = \overline{O_1A} - \frac{d}{n} < -\frac{d}{n} < 0$ ($\overline{O_1A} < 0$). $\overline{O_2A'} < 0$ donc : A' image virtuelle

0,5

Partie B (20 min)

On découpe la lame d'indice n précédente pour former deux lentilles (L_1) et (L_2) ayant la même épaisseur $d/2$. (Figures 2a - 2b - 2c)



Le rayon de courbure de la face sphérique est $R = |\overline{S_1C_1}| = |\overline{S_2C_2}|$. Toutes les lentilles sont placées dans l'air d'indice 1.

B-1°/ Quelle est le nom et la nature de chaque lentille (L_1) et (L_2) ?

(L_1) : *Lentille plan – concave , divergente*

0,5

(L_2) : *Lentille plan – convexe , convergente*

0,5

B-2°/ Quelle relation doivent vérifier R et d pour considérer les deux lentilles minces ?

Une lentille est mince si son épaisseur est très inférieure à ses rayons de courbure : $\frac{d}{2} \ll R$

0,5

B-3°/ La relation précédente est vérifiée ; les deux lentilles (L_1) et (L_2) sont minces et on notera alors O_1 et O_2 leur centre optique respectif.

Déterminer en fonction des données n et R :

a) La relation de conjugaison de (L_1) entre un objet A et son image A' .

1^{er} dioptré : $\frac{n}{\overline{O_1A_1}} = \frac{1}{\overline{O_1A}}$; 2^{ème} dioptré : $\frac{1}{\overline{S_1A'}} - \frac{n}{\overline{S_1A_1}} = \frac{1-n}{\overline{S_1C_1}}$; (L_1) est mince alors : $S_1 \approx O_1$

donc : $\frac{n}{\overline{O_1A_1}} = \frac{1}{\overline{O_1A}}$ et $\frac{1}{\overline{O_1A'}} - \frac{n}{\overline{O_1A_1}} = \frac{1-n}{\overline{S_1C_1}}$; Alors : $\frac{1}{\overline{O_1A'}} - \frac{1}{\overline{O_1A}} = \frac{1-n}{R}$

1

b) La position des foyers objet F_1 et image F'_1 de (L_1) par rapport à O_1

$F_1 \xrightarrow{(L_1)} \infty$ et $\infty \xrightarrow{(L_1)} F'_1$ donc : $\overline{O_1F_1} = \frac{R}{n-1}$ et $\overline{O_1F'_1} = \frac{R}{1-n}$

0,5

0,5

c) Les distances focales image f'_1 et objet f_1 .

$f'_1 = \overline{O_1F'_1}$ et $f_1 = \overline{O_1F_1}$ $\Rightarrow f'_1 = -f_1 = \frac{R}{1-n}$

0,5

d) La convergence C_1 de (L_1) et en déduire la convergence C_2 de (L_2) .

$$C_1 = \frac{1}{f_1} = \frac{1-n}{R}$$

0,5

$$C_2 = -C_1 = \frac{n-1}{R}$$

0,5

$C_1 < 0 : (L_1)$ divergente ; $C_2 > 0 : (L_2)$ convergente

Partie C (50 min)

A l'aide de deux lentilles minces (L_1) et (L_2) on forme un doublet de symbole $(-3, 2, 3)$. Le système optique centré ainsi formé est placé dans l'air et la distance entre les deux lentilles est $\overline{O_1 O_2} = 2a$

Tous les résultats doivent être exprimés en fonction de la constante positive a .

C-1°/ Quelle est l'épaisseur e du doublet ?

$$e = \overline{O_1 O_2} = 2a$$

0,5

C-2°/ Quelles sont les distances focales images f'_1 et f'_2 des deux lentilles (L_1) et (L_2) .

$$\text{Le symbole du doublet donne : } \frac{f'_1}{-3} = \frac{e}{2} = \frac{f'_2}{3} \Rightarrow f'_1 = \frac{-3e}{2} = -3a \text{ et } f'_2 = \frac{3e}{2} = 3a$$

0,5

0,5

C-3°/ Déterminer l'intervalle optique Δ du système optique étudié.

$$\Delta = f_2 + e - f'_1 = e - f'_1 - f'_2 \Rightarrow \Delta = 2a$$

1

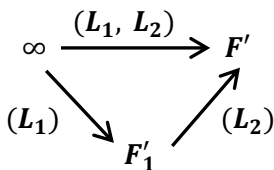
C-4°/ Déterminer, par une formule de votre choix, la distance focale image f' de ce doublet. Le système est – il convergent ou divergent ? (Justifier)

$$C = C_1 + C_2 - e C_1 C_2 \Rightarrow \frac{1}{f'} = \frac{1}{f'_1} + \frac{1}{f'_2} - \frac{e}{f'_1 f'_2} \Rightarrow f' = \frac{9a}{2}$$

1

$$\text{Ou bien : } f' = -\frac{f'_1 f'_2}{\Delta} ; \quad a > 0 \Rightarrow f' > 0 \text{ donc le système est convergent.}$$

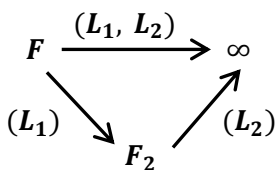
C-5°/ a) Trouver la position par rapport à O_2 du foyer principal image F' du doublet.



$$\frac{1}{\overline{O_2 F'}} - \frac{1}{\overline{O_2 F'_1}} = \frac{1}{f'_2} \Rightarrow \overline{O_2 F'} = \frac{15a}{2}$$

1

b) Trouver la position par rapport à O_1 du foyer principal objet F du doublet.



$$\frac{1}{\overline{O_1 F_2}} - \frac{1}{\overline{O_1 F}} = \frac{1}{f'_1} \Rightarrow \overline{O_1 F} = -\frac{3a}{2}$$

1

c) Quelle est la nature (réel ou virtuel) de chaque foyer F' et F ?

$$\overline{O_1 F} < 0 \text{ et } \overline{O_2 F'} > 0 \text{ donc } F \text{ et } F' \text{ sont réels}$$

0,5

C-6°/ Dédurre des questions précédentes la position des points principaux image H' et objet H par rapport à O_2 et O_1 respectivement.

$$\overline{O_2 H'} = \overline{O_2 F'} + \overline{F' H'} = \overline{O_2 F'} - f' \Rightarrow \overline{O_2 H'} = 3a$$

0,5

$$\overline{O_1 H} = \overline{O_1 F} + \overline{F H} = \overline{O_1 F} - f = \overline{O_1 F} + f' \Rightarrow \overline{O_1 H} = 3a$$

0,5

Il existe plusieurs méthodes pour répondre à ces questions.

C-7°/ Quelle sera la position des points nodaux N et N' du système ($O_1 N$ et $O_2 N'$) ?.

Les milieux extrêmes sont identiques, donc : $N \equiv H$ et $N' \equiv H'$

$$\overline{O_1 N} = 3a \quad \text{et} \quad \overline{O_2 N'} = 3a$$

0,5

C-8°/ Déterminer la position du centre optique O du système par rapport à O_1 .

$$N \xrightarrow{(L_1)} O \quad ; \quad \frac{1}{\overline{O_1 O}} - \frac{1}{\overline{O_1 N}} = \frac{1}{f'_1} \Rightarrow \frac{1}{\overline{O_1 O}} = \frac{1}{f'_1} + \frac{1}{\overline{O_1 N}} = \frac{1}{-3a} + \frac{1}{3a} = 0$$

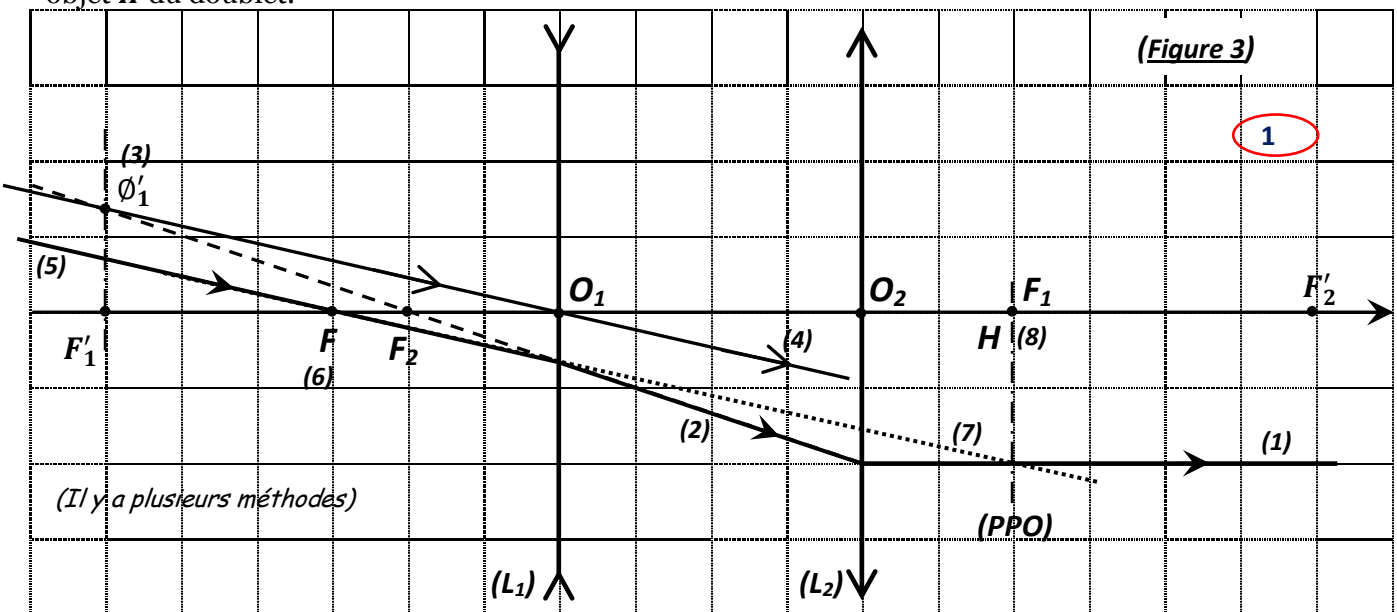
donc : $\overline{O_1 O} \rightarrow \infty$; le centre optique O est à l'infini

1

C-9°/ a) Sur la figure 3, marquer les symboles des lentilles (L_1) et (L_2).

Placer sur l'axe optique, à l'échelle 1/2 et pour $a = 4 \text{ cm}$, les points F_1 , F'_1 , F_2 et F'_2 .

Trouver par construction géométrique la position du foyer principal objet F et celle du point principal image H du doublet.



b) Dédurre géométriquement la valeur, en centimètre, de la distance focale objet f du doublet étudié ?

$$f = \overline{H F} = -9 \times 2 = -18 \text{ cm}$$

0,5

C-10°/ Que devient la convergence C du système si les deux lentilles sont accolées ?

$$\text{Lentilles accolées } (e = 0) \Rightarrow C = C_1 + C_2 = \frac{1}{-3a} + \frac{1}{3a} = 0 \text{ (système afocal)}$$

0,5